

CORRIGES DES CAS TRANSVERSAUX

Corrigés des cas : Emprunts

Remboursement par versements périodiques constants - Cas E1

Objectifs :

- Construire un échéancier et en changer la périodicité,
- Renégocier un emprunt.

Un particulier souscrit auprès de sa banque, un prêt selon les modalités suivantes :

- montant emprunté 100 000 €
- durée 6 ans
- taux annuel de 4,8%
- remboursement par versements périodiques constants
- taux périodique : taux proportionnel.

Il hésite entre deux périodicités : trimestrielle ou mensuelle.

Question 1 :

Dans les deux cas envisagés, écrire l'échéancier et en déduire le montant du versement périodique (trimestrialité / mensualité).

Solution :

On reproduit ci-dessous les premières et dernières lignes de l'échéancier qui est également donné dans le fichier des corrigés sur tableur.

cas d'un remboursement par trimestrialités

Paramètres donnés

Montant	100 000,00
taux	4,80%
durée	6
Nb de périodes /an	4

Paramètres calculés

tx trimestriel	1,20%
nb trimestres	24

Échéancier

N° période	Capital restant dû début	Intérêts	amortisst	Trimestrialité
1	100 000,00	1 200,00	3 620,21	4 820,21
2	96 379,79	1 156,56	3 663,65	4 820,21
3	92 716,14	1 112,59	3 707,61	4 820,21
4	89 008,53	1 068,10	3 752,10	4 820,21
22	14 120,38	169,44	4 650,76	4 820,21
23	9 469,62	113,64	4 706,57	4 820,21
24	4 763,05	57,16	4 763,05	4 820,21

La construction d'un tel échéancier a été exposée de manière détaillée au chapitre 3. On peut en rappeler brièvement le principe : on calcule la ligne 1 à partir des cartouches de paramètres donnés et de paramètres calculés et on calcule la ligne 2 à partir de la ligne 1. Le reste de l'échéancier est obtenu par copie de la ligne 2 sur les lignes suivantes.

Sur la ligne 1, les intérêts et l'amortissement sont calculés avec les fonctions INTPER et PRINCPER comme expliqué au chapitre 3. Dans l'appel, il faut rendre absolues, toutes les références aux cellules des cartouches de paramètres, seule la référence au numéro de période courante doit être relative. La trimestrialité est la somme des intérêts et de l'amortissement.

Sur la ligne 2 le capital restant dû est égal au capital restant dû de la période 1 diminué de l'amortissement de la période 1. Le reste de la ligne 2 est obtenu par recopie de la fin de la ligne 1.

Différentes méthodes permettent d'économiser le travail de confection d'un second échéancier dans lequel seule la périodicité est modifiée. La plus simple consiste à recopier tout l'échéancier déjà construit et à l'adapter, une autre à introduire une cellule permettant d'opter pour l'une ou l'autre périodicité (nb de période par an = 4 ou 12).

Dans un remboursement par mensualités constantes la mensualité est de 1 601,23 €.

(On rappelle que dans un remboursement par trimestrialités constantes la trimestrialité est de 4 820,21 €.)

Quelle est la solution la plus intéressante ?

Pour chaque périodicité, on calcule le coût du crédit ainsi que le taux actuariel.

On commence par donner un résumé des conditions de remboursement dans chacun des deux cas puis on affiche les éléments d'arbitrage.

Rappel de résultats antérieurs

Périodicité	Trimestrielle	Mensuelle
Taux périodique	1,20%	0,40%
Nb périodes /an	4	12
Valeur du versé périodique	4 820,21€	1 601,23€
Nb total de périodes	24	72

Résultats

Périodicité	Trimestrielle	Mensuelle
Coût non actualisé du crédit	15 684,96€	15 288,74€
Taux effectif	4,89%	4,91%

On peut constater que bien que le taux actuariel annuel soit plus élevé lorsque la périodicité de remboursement est mensuelle, le coût non actualisé du crédit est moindre, car on a commencé à rembourser du capital plus tôt.

Question 2 :

Il choisit de rembourser par mensualités constantes.

Trois ans avant la fin de l'emprunt, les taux passent à 4,2%..

L'emprunteur souhaite renégocier son prêt en gardant le même calendrier de remboursement.

Quelle économie peut-il espérer dans ce cas ?

Indications:

On se situe trois ans avant la fin de l'emprunt, la durée résiduelle de l'emprunt est de 3 ans, soit 36 mensualités et le capital restant dû s'élève à 53 586,65 € (lire l'échéancier).

Tout se passe désormais comme dans le remboursement d'un capital 53 586,65 € emprunté au taux de 4,2% annuels, par 36 mensualités constantes. Le taux mensuel étant le taux proportionnel, la première ligne de cet échéancier étant la ligne 37.

Solution :

Le taux mensuel proportionnel est désormais de 0,35% le nombre de mois résiduels est de 36. On établit l'échéancier des 36 derniers mois :

Seules les premières et dernières lignes de la seconde partie de l'échéancier également donné dans le fichier des corrigés sur tableur sont données ci-dessous :

L'économie ainsi réalisée est due au fait que les 36 dernières mensualités s'élèvent à 1586,58 € au lieu de 1601,23 € soit une économie de $36 \times (1601,23 - 1586,58) = 517,29$ €.

Question 3 :

La banque applique une pénalité de remboursement anticipé, versée au moment de la renégociation et égale à 0,5% du capital restant dû.
Est-il toujours intéressant de renégocier l'emprunt ?

Échéancier

N° période	Capital restant dû début	Intérêts	amortisst	Mensualité
1	100 000,00	400,00	1 201,23	1 601,23
:	:	:	:	:
36	54 968,01	219,87	1 381,36	1 869,17
37	53 586,65	187,55	1 399,31	1 586,86
38	52 187,34	182,66	1 404,21	1 586,86
39	50 783,13	177,74	1 409,12	1 586,86
40	49 374,01	172,81	1 414,05	1 586,86
70	4 727,46	16,55	1 570,32	1 586,86
71	3 157,14	11,05	1 575,81	1 586,86
72	1 581,33	5,53	1 581,33	1 586,86

Indications:

La pénalité de remboursement anticipé est versée au moment de la renégociation, c'est-à-dire à la date 37 et ne modifie pas le capital restant dû à cette date.

Solution :

La pénalité de remboursement anticipé est versée au moment de la renégociation, c'est-à-dire en même temps que la 36^{ème} mensualité. Elle est égale à $0,5\% \times 53 586,65 = 267,93$ € ce qui fait passer la 36^{ème} mensualité de 1 601,23 € à 1 869,17 €.

Le capital restant dû n'est pas modifié et la seconde partie de l'échéancier calculée à la question 2 non plus.

Le coût non actualisé de l'emprunt est alors augmenté de cette pénalité et passe ainsi de 15 288,74 € à 15 556,67 €.

Le gain encouru par la renégociation n'est plus que de $15 684,76 - 15 556,67 = 128,28$ €. Autrement dit, malgré la pénalité à verser au moment de la renégociation, il est avantageux de renégocier l'emprunt, mais très faiblement.

Emprunt étudiant - Cas E2

Objectifs :

- Emprunt à taux progressif
- Remboursement avec différé partiel et/ou total

Un étudiant se voit contraint d'emprunter la somme de 50 000 € afin de financer ses études à l'étranger. Il obtient de sa banque un emprunt à taux progressif et tenant compte de ses possibilités de remboursement :

- durée 6 ans
- différé partiel la première année,
- différé total la seconde année,
- trimestrialités constantes versées en fin de période, les quatre dernières années
- taux trimestriel équivalent,
- taux annuel de 4,0604% les 2 premières années, taux annuel de 4,887% les 4 dernières.

Question 1 :

Ecrire l'échéancier.

Indications :

Il faudra calculer le taux équivalent à chacun des taux annuels proposés par la banque.

Dans un différé partiel, les amortissements sont nuls et dans un différé total, ce sont les annuités qui sont nulles.

L'échéancier des 4 dernières années (remboursement par versements périodiques constants) est du même type que celui étudié au chapitre 3 ou dans le cas E1.

Solution :

Le taux trimestriel équivalent au taux annuel t est donné par la formule : $t_{trim} = (1 + t)^{1/4} - 1$ soit pour $t = 4,0604\%$, $t_{trim} = 1\%$ et pour $t = 4,8871\%$, $t_{trim} = 1,2\%$.

On établit l'échéancier des deux premières années en tenant compte des indications données et de ce que, à chaque période, la trimestrialité versée est la somme (algébrique) des intérêts et de l'amortissement. Par ailleurs à tout moment le capital dû par l'emprunteur porte intérêt au prêteur, ici la banque.

L'échéancier des 4 années suivantes est désormais classique.

On reproduit ci-dessous les 10 premiers et 2 derniers trimestres de l'échéancier qui est donné dans le fichier des corrigés sur tableur.

Échéancier

N° période	Capital restant dû début	Intérêts	amortisst	Trimestrialité
1	50 000,00 €	500,00 €	0,00 €	500,00 €
2	50 000,00 €	500,00 €	0,00 €	500,00 €
3	50 000,00 €	500,00 €	0,00 €	500,00 €
4	50 000,00 €	500,00 €	0,00 €	500,00 €
5	50 000,00 €	500,00 €	-500,00 €	0,00 €
6	50 500,00 €	505,00 €	-505,00 €	0,00 €
7	51 005,00 €	510,05 €	-510,05 €	0,00 €
8	51 515,05 €	515,15 €	-515,15 €	0,00 €
9	52 030,20 €	624,36 €	2 969,10 €	3 593,47 €
10	49 061,10 €	588,73 €	3 004,73 €	3 593,47 €
:	:	:	:	:

23	7 059,61 €	84,72 €	3 508,75 €	3 593,47 €
24	3 550,86 €	42,61 €	3 550,86 €	3 593,47 €

Remarques :

Au cours de la première année (différé partiel), l'emprunteur ne paie que les intérêts et le capital restant dû reste égal au capital emprunté. Par contre, au cours de la seconde année (différé total), l'emprunteur ne paie rien cependant les intérêts continuent de courir, de sorte que l'amortissement est négatif, autrement dit les intérêts d'une période viennent grossir le capital restant dû au début du trimestre suivant. Ainsi le capital dû au début de l'année 3 est égal à $50\,000 \times 1,012^4 = 52\,030,20$ €.

Question 2 :

Quand aura-t-il remboursé 50% du capital emprunté ?

Indications :

Il suffit de lire l'échéancier, mais on peut aussi utiliser la fonction NPM du tableur.

Solution :

La lecture de l'échéancier nous indique que le capital restant dû au début du 17^{ème} trimestre est encore de 27 255,45 € tandis qu'au début du trimestre suivant il n'est plus que de 23 989,05 €. Par interpolation linéaire on peut calculer de manière approximative au bout de combien de trimestres 50% du capital emprunté auront été remboursés et on obtient 17,7. Toutes les indications pour l'utilisation de la fonction NPM sont données dans la feuille de calcul et on retrouve bien le même résultat.

Allongement de la durée d'un emprunt et ses effets - Cas E3

Objectifs :

- Effets sur le ratio : capital restant dû après 5 ans /capital emprunté.
- Effets sur le ratio : coût de l'emprunt/capital emprunté.

Un jeune couple a emprunté 100 000 € à 4% l'an qu'il rembourse par annuités constantes versées en fin d'année.

Question 1 :

Cinq ans après, on calcule le ratio : capital restant dû/capital emprunté et on étudie son évolution en fonction de la durée de l'emprunt. Tracer la courbe donnant l'évolution de ce ratio en fonction de la durée de l'emprunt.

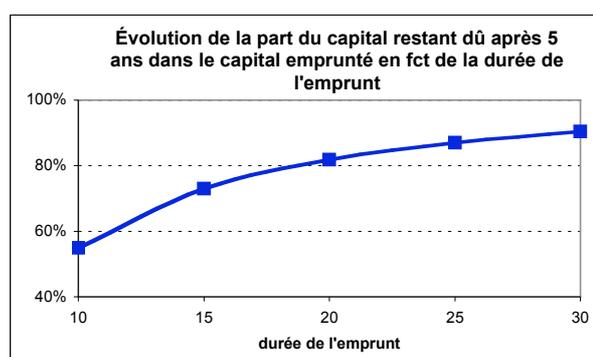
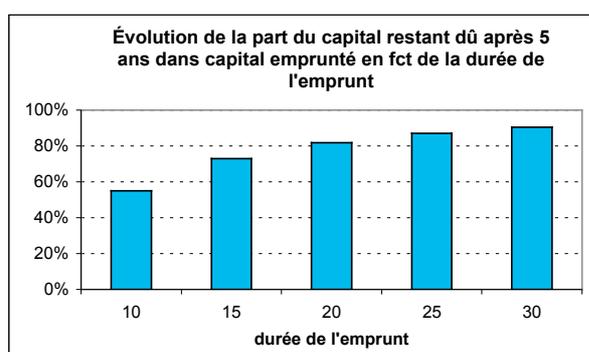
Indications :

Dans une résolution fondée sur l'utilisation du tableur, il faut calculer l'annuité constante et en déduire le capital restant dû après 5 ans. On peut alors calculer le ratio demandé.

Solution :

L'annuité constante est calculée avec la fonction VPM et le capital restant dû après 5 ans avec la fonction VA. Les résultats obtenus sont résumés dans le tableau suivant :

Durée de l'emprunt	Annuité	Capital restant dû après 5 ans	Ratio : CRD6/CRD0
10	12 329,09 €	54 886,94 €	54,9%
15	8 994,11 €	72 950,29 €	73,0%
20	7 358,18 €	81 811,04 €	81,8%
25	6 401,20 €	86 994,35 €	87,0%
30	5 783,01 €	90 342,64 €	90,3%



Remarque : On peut choisir l'un ou l'autre de ces graphiques.

Question 2 :

Calculer le coût relatif de l'emprunt et tracer la courbe donnant l'évolution de ce coût en fonction de la durée de l'emprunt.

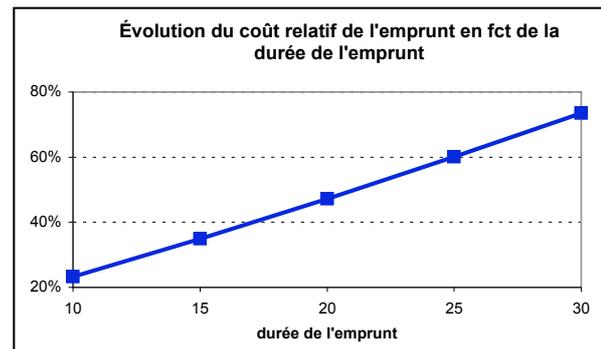
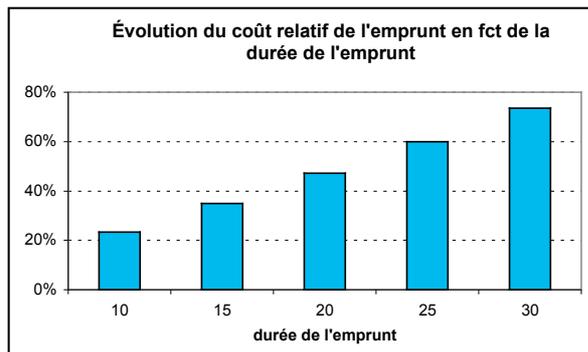
Indications :

Il faut calculer l'annuité constante et en déduire le coût de l'emprunt. On peut alors calculer le ratio coût de l'emprunt / capital emprunté.

Solution :

L'annuité constante est calculée avec la fonction VPM et le coût de l'emprunt est donné par la formule : durée × annuité – capital emprunté ; ce coût est rapporté au capital emprunté. Les résultats obtenus sont résumés dans le tableau suivant :

Durée de l'emprunt	Annuité	Coût de l'emprunt	Coût relatif
10	12 329,09 €	23 290,94 €	23,3%
15	8 994,11 €	34 911,65 €	34,9%
20	7 358,18 €	47 163,50 €	47,2%
25	6 401,20 €	60 029,91 €	60,0%
30	5 783,01 €	73 490,30 €	73,5%



Remarque : On peut choisir l'un ou l'autre de ces graphiques.

Conclusions :

On ne peut que constater que l'allongement de la durée de l'emprunt ne se fait pas impunément.

Question 3 :

Que deviennent les résultats précédents si le couple emprunte 300 000 € au lieu de 100 000 € ?

Indications :

On demande une réponse intuitive. Il faut se rappeler que les ratios mesurent des quantités relatives.

Solution :

Intuitivement les résultats calculés ne dépendent pas du montant du capital emprunté. Pour s'en persuader totalement il suffit de remplacer 100 000 € par 300 000 € dans la cellule B3 de la feuille de calcul.

Les subprimes - Cas E4

Objectifs :

Effets des taux révisables, dans les remboursements d'emprunt :

- sur les mensualités,
- sur les durées de remboursement.

Un particulier a acheté, il y a 5 ans, une maison qu'il a financée en empruntant la totalité du prix d'achat soit 150 000 € sur 20 ans à taux révisable, selon les modalités suivantes :

- paiements en fin de mois
- différé d'amortissement sur 3 ans
- échéances constantes sur les 17 années suivantes
- taux mensuel proportionnel.

Question 1 :

Les trois premières années, le taux annuel était de 4,8%. Calculer le montant des mensualités.

Solution :

Le taux mensuel proportionnel est $4,8\%/12 = 0,4\%$.

C'est un remboursement avec différé d'amortissement les trois premières années, l'emprunteur ne paie que les intérêts, le capital restant dû reste égal au capital emprunté.

Les mensualités sont donc égales à $0,4\% \times 150\ 000 = 600$ €.

Question 2 :

Les deux années suivantes, le taux annuel était de 5,4%. Calculer le montant des mensualités.

Indications :

Il reste 17 années de remboursements mensuels.

Il faut commencer par calculer le capital restant dû.

Solution :

Le taux mensuel proportionnel est $5,4\%/12 = 0,45\%$.

Comme il a été dit le capital restant dû est égal au capital emprunté soit 150 000 €. Le taux mensuel proportionnel est maintenant égal à $5,4\%/12 = 0,45\%$. Il reste 17 années de remboursements mensuels soit $17 \times 12 = 204$ mensualités. La mensualité est calculée à l'aide de la fonction VPM en prenant en compte la nouvelle valeur du taux mensuel, la durée résiduelle (204 mois) et le capital restant dû, et a pour valeur 1 125,26 €.

Question 3 :

Désormais il reste 15 années de remboursement, le taux annuel est passé à 6%. Il veut garder la même mensualité. De combien de mois, la durée de remboursement doit-elle être allongée ?

Indications :

Il faut commencer par calculer le capital restant dû. Ensuite, on calculera le nouveau taux mensuel.

Solution :

Le capital restant dû est calculé à l'aide de la fonction VA en prenant en compte les $15 \times 12 = 180$ remboursements mensuels de 1 125,26 € restant à effectuer et s'élève à 138 615,57 €.

Le taux en vigueur est désormais $6\%/12=0,5\%$. Il veut garder la même mensualité.

À l'aide de la fonction NPM, on calcule alors le nombre de mois nécessaires pour rembourser un capital de 138 615,57 € en versant des mensualités de 1 125,26 € sachant que le taux d'intérêt mensuel est désormais 0,5%. On obtient très exactement 191,86 mois qu'on pourra arrondir à 192 mois.

Autrement dit l'augmentation du taux, de 5,4% à 6% annuels, entraîne, si l'emprunteur veut maintenir les mensualités déterminées précédemment, un allongement de la durée de remboursement de l'emprunt d'une année.

Question 4 :

Mais aujourd'hui, l'emprunteur craint d'avoir des difficultés financières.

- Si sa capacité de remboursement mensuel est limitée à 90% des mensualités calculées dans la question précédente, de combien de mois le remboursement du prêt sera-t-il prolongé ?
- Faire ce même calcul dans le cas où sa capacité de remboursement mensuel est limitée à 80%, puis 70% des mensualités calculées dans la question précédente.
- Tracer la courbe donnant l'évolution de l'allongement de la durée de l'emprunt en fonction de sa limitation dans les remboursements

Indications :

On refait le même calcul que précédemment mais avec des remboursements mensuels moindres.

Solution :

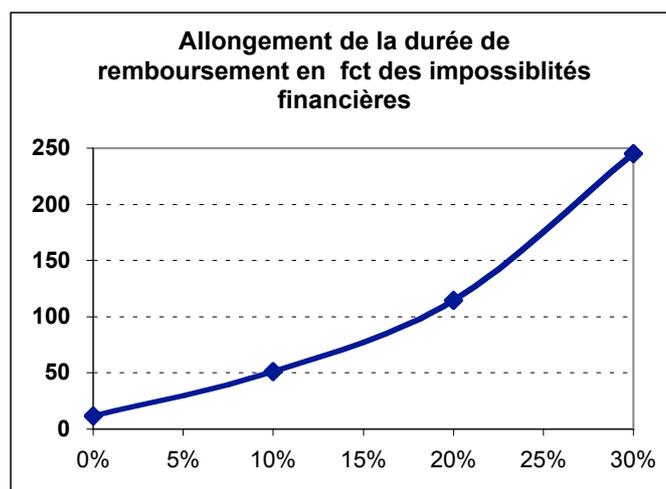
- À l'aide de la fonction NPM, on calcule le nombre de mois nécessaires pour rembourser un capital 138 615,57 € en versant des mensualités de $90\% \times 1\,125,26 = 1\,012,74\text{€}$, sachant que le taux d'intérêt mensuel est désormais 0,5%.

On obtient 231,4 mois, soit un allongement de la durée de remboursement de 51,4 mois.

- On fait de même si sa capacité de remboursement n'est plus que de 80%, puis 70% des mensualités antérieures. Les résultats sont résumés dans le tableau ci-dessous :

Impossibilité financière	Mensualité	Allongement de la durée de remboursement (mois)
0%	1125,26 €	11,9
10%	1012,74 €	51,2
20%	900,21 €	114,6
30%	787,68 €	244,9

- On trace la courbe donnant l'évolution de l'allongement de la durée de remboursement en fonction de l'impossibilité financière de l'emprunteur (page suivante). On peut voir que la pente de cette courbe s'accélère et qu'il devient rapidement impossible pour l'emprunteur de rembourser son emprunt (subprime).



Question 5 :

S'il ne peut faire face à ses échéances, il doit vendre sa maison, l'immobilier a baissé de 20%.
Que se passe-t-il alors ?

Solution :

Il doit encore 138 615,57 € mais ne peut faire face à ses échéances et doit revendre sa maison, mais le prix de l'immobilier a diminué de 20%. Désormais sa maison a pour valeur : $150\,000 \times (1 - 20\%) = 120\,000$ €.

Que se passe-t-il alors ? La revente de sa maison ne couvrira pas le capital restant dû.

Emprunt après une phase d'épargne - Cas E5

Objectifs :

- Comment une épargne peut faciliter un emprunt.
- Comment un emprunt peut venir compléter une épargne.

I - PHASE D'ÉPARGNE

En prévision d'importants travaux d'ici à 4 ans, dans sa résidence principale, un particulier décide le 1^{er} juillet 2000, de se constituer un capital. Il ouvre un compte rémunéré à 3% l'an et s'engage à effectuer :

- un premier versement de 7 000 € le 1^{er} juillet 2000,
- des versements mensuels de 150 € en début de mois, et ce pendant 4 ans, le premier versement intervenant le 1^{er} juillet 2000, le dernier intervenant le 1^{er} juin 2004, (le capital ainsi constitué n'étant disponible que le 1^{er} juillet 2004),
- le taux mensuel est un taux équivalent.

Question 1 :

Calculer la somme disponible à l'issue de la phase d'épargne, le 1^{er} juillet 2004.

Indications :

Calculer le taux mensuel équivalent à 3% annuel.

Remarquer que les versements mensuels sont effectués en début de mois.

Solution :

Le taux d'intérêt mensuel équivalent à 3% annuel est donné par la formule $t_{mens} = (1 + t)^{1/12} - 1$ soit, pour $t = 3\%$, $t_{mens} = 0,247\%$. On calcule alors la somme capitalisée à l'aide de la fonction VC du tableur, en ayant soin de préciser que les versements sont effectués en début de période, (dans l'appel de la fonction VC ne pas omettre d'affecter la valeur 1 à l'argument type).

La somme capitalisée à l'issue de la phase d'épargne s'élève à 15 530,91 €.

Question 2 :

Sous certaines conditions, l'état accorde une prime égale à 40% des intérêts acquis, plafonnée à 1 500 €. Calculer le montant des intérêts, prime incluse.

Indications :

Commencer par calculer le montant des intérêts acquis hors prime.

Solution :

Les intérêts acquis hors prime sont égaux au montant épargné diminué des versements effectués, ils s'élèvent à $15\,530,91 - 7\,000 - 48 \times 150 = 1\,330,91$ €.

Le montant de la prime d'état est évidemment inférieur au plafond et se monte à $40\% \times 1\,330,91 = 532,36$ €, de sorte que les intérêts, prime comprise, s'élèvent à $1\,330,91 + 532,36 = 1\,863,27$ €.

II - PHASE D'EMPRUNT

À l'issue des 4 ans, le 1^{er} juillet 2004, il a alors la possibilité d'emprunter 12 000 € sur 5 ans au taux annuel de 4,60 %. Ce prêt est remboursé par annuités constantes versées en fin de période.

Question 3 :

Calculer le montant de l'annuité.

Solution :

L'annuité permettant de rembourser 12 000 € empruntés à 4,6% l'an, en 5 ans, est calculée à l'aide de la fonction VPM du tableur et a pour valeur 2 741,12 €.

Question 4 :

Pour pouvoir bénéficier de ce taux préférentiel de 4,6%, les intérêts payés ne doivent pas dépasser 2,5 fois les intérêts acquis, prime comprise, lors de la phase d'épargne.
Utilise-t-il toute sa capacité d'emprunt ?

Solution :

Les intérêts de l'emprunt sont égaux à la somme des annuités diminuée du capital emprunté soit $5 \times 2\,741,12 - 12\,000 = 1\,705,61$ €. Les intérêts acquis, par ce particulier, prime comprise, lors de la phase d'épargne, se montaient à 1 863,27 €. La capacité max d'emprunt correspondrait à un intérêt total de $2,5 \times 1\,863,27 = 4\,658,18$ €.

Il n'utilise donc pas toute sa capacité d'emprunt (le calcul de celle-ci est donnée dans la feuille des calculs sur tableur).

Corrigés des cas : Investissements

Choix d'investissement, Réinvestissement des cash-flows - Cas II

Objectifs :

- Calculer la VAN et le TRI d'un investissement
- Étudier le réinvestissement des cash-flows.

On considère un investissement de 100 000 € procurant les cash-flows suivants pendant 5 ans :

$$F_1 = 18\,000 \text{ €}, F_2 = 20\,000 \text{ €}, F_3 = 25\,000 \text{ €}, F_4 = 28\,000 \text{ €}, F_5 = 32\,000 \text{ €}.$$

Question 1 :

Calculer la valeur actualisée nette (VAN), si le coût du capital est 5%.
Calculer le taux de rendement interne (TRI).

Solution :

La liste des cash-flows peut être rangée dans un tableau respectant leur chronologie. On calcule alors la VAN(5%) et le TRI à l'aide des fonctions VAN et TRI du tableur. On rappelle que le flux intervenant à la date 0 ne doit pas être pris dans les arguments de la fonction VAN (cf. chapitre 3). Les résultats disponibles dans le fichier Excel sont résumés ci-dessous :

Taux	5%
Date	Cash flows
0	-100 000,00 €
1	18 000,00 €
2	20 000,00 €
3	25 000,00 €
4	28 000,00 €
5	32 000,00 €
VAN(5%)	4 987,89 €
TRI	6,62%

Conclusion : la VAN est positive et le TRI est supérieur au coût du capital, on peut investir.

Question 2 :

Si les cash-flows pouvaient être réinvestis à 5%, quelle serait la somme disponible à l'issue des 5 ans.
Comparer la valeur actualisée de cette somme avec la VAN déterminée à la question précédente.

Solution :

La somme disponible à l'issue des 5 ans est la somme algébrique des cash-flows capitalisés à la date 5 en prenant pour taux de capitalisation 5%. La valeur ainsi obtenue est 6 365,96 €.

Si maintenant on calcule la valeur actualisée de ce montant (il suffit de multiplier 6 365,96 € par $1,05^{-5}$) on obtient la VAN(5%).

Interprétation : Si les cash-flows dégagés peuvent être réinvestis au coût du capital, soit 5%, 4 967,89 € et 6 365,96 € sont deux représentants d'une même somme évaluée à deux dates différentes.

Le tableau ci-dessous donné dans la feuille de calcul résume les calculs effectués.

Taux	5%	
Date	Cash flows	CF capitalisés à la date 5
0	-100 000,00 €	-127628,16 €
1	18 000,00 €	21879,11 €
2	20 000,00 €	23152,50 €
3	25 000,00 €	27562,50 €
4	28 000,00 €	29400,00 €
5	32 000,00 €	32000,00 €
	Somme	6 365,96 €

VA de cette somme	4 987,89 €
-------------------	------------

Question 3 :

Si les cash-flows pouvaient être réinvestis au taux du TRI, quelle serait la somme disponible à l'issue des 5 ans ?
 Comparer la valeur actualisée de cette somme avec la somme investie. Interpréter.

Solution :

La somme disponible à l'issue des 5 ans est la somme algébrique des cash-flows capitalisés à la date 5 en prenant pour taux de capitalisation le TRI c'est-à-dire 6,618%. La valeur ainsi obtenue est 137 770,54 €.

Si maintenant on calcule la valeur actualisée de ce montant (il suffit de multiplier 137 770,54 € par $1,05^{-5}$) on obtient la somme investie.

Interprétation : Si les cash-flows dégagés peuvent être réinvestis au taux du TRI, soit à 6,62% , 100 000 € et 137 770,54 € sont deux représentants d'une même somme évaluée à deux dates différentes.

Le tableau ci-dessous calculé sur tableur résume les calculs effectués.

TRI	6,62%	
Date	Cash flows	CF capitalisés à la date 5
1	18 000,00 €	23259,35 €
2	20 000,00 €	24239,51 €
3	25 000,00 €	28418,59 €
4	28 000,00 €	29853,09 €
5	32 000,00 €	32000,00 \$
	Somme	137 770,54 €

VA de cette somme	100 000,00 €
-------------------	--------------

Investissement et endettement, effet de levier - Cas I2

Objectifs :

- Envisager de financer un investissement par un endettement.
- Mettre en évidence l'effet de levier.

On considère un investissement de $I = 130\,000$ € d'une durée de vie de 5 ans et dégagant les cash-flows suivants:

$$F_1 = 16\,500 \text{ €}, F_2 = 36\,050 \text{ €}, F_3 = 30\,000 \text{ €}, F_4 = 31\,000 \text{ €}, F_5 = 34\,000 \text{ €}.$$

Question 1 :

Calculer la valeur actualisée nette (VAN), si le coût du capital est 3%.
Quelle est la valeur du TRI ?

Solution :

Comme dans le cas précédent la VAN et le TRI sont calculés à l'aide des fonctions du tableur. Les résultats disponibles dans la feuille de calcul sont résumés ci-dessous :

Taux	3%
Date	Cash flows
0	-130 000,00 €
1	16 500,00 €
2	36 050,00 €
3	30 000,00 €
4	31 000,00 €
5	34 000,00 €
VAN(3%)	4 326,05 €
TRI	4,079%

Conclusion : la VAN est positive et le TRI est supérieur au coût du capital, on peut investir.

Question 2 :

Pour financer cet investissement l'entreprise compte s'endetter de 50 000 € à 4% qu'elle remboursera en deux ans en versant deux annuités : $A_1 = 17\,000$ €, $A_2 = 36\,400$ €.

Compte tenu de la réglementation en vigueur, les intérêts de cet emprunt sont déductibles du revenu imposable, le taux d'imposition sur les bénéfices étant de 40%, quel est le montant de la réduction d'impôt de chaque année ?

Indications :

Dresser l'échéancier de remboursement de l'emprunt.

Solution :

L'écriture de l'échéancier de remboursement de l'emprunt permettra de connaître de manière rapide le montant des intérêts versés chaque année et donc également le montant de la réduction d'impôt égale à 40% des intérêts. L'échéancier habituel a été complété par une colonne donnant la remise d'impôt.

Emprunt

Montant	50 000,00 €
taux	4%
Durée	2 ans

Remoursement

A1	17 000,00 €
A2	36 400,00 €

Taux de remise d'impôt	40%
------------------------	-----

Échéancier

N° période	Capital dû début	Intérêts	amortisst	Annuité	Remise d'impôt
1	50 000,00 €	2 000,00 €	15 500,00 €	17 000,00 €	800,00 €
2	34 500,00 €	1 400,00 €	35 365,00 €	36 400,00 €	560,00 €

Question 3 :

Dans un tableau pour chaque date allant de 0 à 5 , donner les cash-flows résultant de ces différentes opérations.

Indications :

La réduction d'impôt est considérée comme un gain supplémentaire.

Solution :

Dans le tableau ci-dessous on résume par date, les flux attachés à chaque opération et en dernière colonne on a calculé la somme algébrique des flux relatifs à une même date

Investissement et Emprunt

Date	Cash-flows			Résultante
	Investisst	Emprunt	Remise impôt	
0	-130 000,00 €	50 000,00 €		-80 000,00 €
1	16 500,00 €	-17 000,00 €	800,00 €	300,00 €
2	36 050,00 €	-36 400,00 €	560,00 €	210,00 €
3	30 000,00 €			30 000,00 €
4	31 000,00 €			31 000,00 €
5	34 000,00 €			34 000,00 €

TRI	4,515%
-----	--------

Question 4 :

Calculer la nouvelle valeur du TRI et comparer avec la valeur du TRI obtenu sans endettement à la question 1.

Solution :

Le TRI est calculé ci-dessus en regard des flux résultant des différentes opérations et a pour valeur 4,515%. Ce TRI est plus élevé que celui obtenu sans endettement. C'est ce qu'on appelle l'effet de levier.

L'immobilier locatif - Cas I3

Objectifs :

- Financement d'un investissement immobilier,
- Est il toujours intéressant de s'endetter ?

Un investisseur décide d'acheter un appartement de 150 000 € dans un quartier en rénovation qu'il compte louer pendant 5 ans.
Il pense que le loyer sera de 12 000 € par an et qu'à l'issue des 5 ans, il revendra cet appartement sans bénéfice.

Question 1 :

a) Calculer le taux de rentabilité interne (TRI) de ce projet.
Montrer que dans ce cas, l'équation donnant le TRI, est très simple à résoudre.
b) En réalité lorsqu'un loyer annuel est payé, il ne peut être réinvesti qu'à 3%.
Calculer alors le taux de rentabilité interne modifié de cet investissement

Indications :

a) Faire un diagramme des flux faisant apparaître les cash-flows de chaque année.

Solution :

a) Le diagramme des flux met en évidence que le capital investi est « remboursé » en fin de vie du projet. Le taux de rendement interne de ce projet peut être calculé avec la fonction TRI et a pour valeur $\frac{12000}{150000} = 0,08 = 8\%$.

Remarque : Par définition, le TRI est la valeur x telle que : $-I + \sum_{k=1}^n \frac{F_k}{(1+x)^k} = 0$.

Ici cette équation s'écrit : $-150000 + \sum_{k=1}^5 \frac{12000}{(1+x)^k} + \frac{150000}{(1+x)^5} = 0$ soit encore

$-150000 + 12000 \frac{1 - (1+x)^{-5}}{x} + 150000 \times (1+x)^{-5} = 0$ et en factorisant 150 000, il vient :

$$\left(-150000 + \frac{12000}{x}\right) \times (1 - (1+x)^{-5}) = 0 \text{ d'où } x = \frac{12000}{150000} = 0,08$$

b) Si, lorsqu'un loyer annuel est payé, il ne peut être réinvesti qu'à 3%, le taux de rentabilité interne de cet investissement est modifié et peut être calculé à l'aide de la fonction TRIM du tableur. Cette fonction prend en compte le coût de financement des cash-flows et l'intérêt perçu sur le placement des cash-flows. Ici la fonction TRIM retourne la valeur 7,336%.

Remarque : Cette valeur est inférieure au TRI de valeur 8% et qui suppose un réinvestissement des cash-flows à 8%.

Question 2 :

Pour financer son acquisition, cet investisseur emprunte 30 000 € sur 3 ans au taux de 6%. Il rembourse cet emprunt en totalité à l'issue des 3 ans et ne paie chaque fin d'année que les intérêts. Quel est le montant des intérêts payés chaque année ?

Il bénéficie alors d'une réduction d'impôts, on admettra que cela correspond à un supplément de cash-flows égal à 40% des intérêts dus.

a) Lister dans un tableau des cash-flows résultant de ces différentes opérations.

b) Calculer le nouveau TRI. A t'il intérêt à s'endetter ?

Indications :

a) Faire un diagramme des flux faisant apparaître les cash-flows des différentes opérations.

Solution :

a) Dans le tableau ci-dessous, on a résumé, par date, l'ensemble des cash-flows intervenant dans cette situation et calculé leur somme algébrique (colonne CF résultant).

b) Le taux de rentabilité interne de ce projet calculé à l'aide de la fonction TRI du tableur est maintenant de 8,656%.

Date	Cash-Flows			CF résultant
	Investissement	Emprunt	réduc d'impot	
0	-150 000,00 €	30 000,00 €		-120 000,00 €
1	12 000,00 €	-1 800,00 €	720,00 €	10 920,00 €
2	12 000,00 €	-1 800,00 €	720,00 €	10 920,00 €
3	12 000,00 €	-31 800,00 €	720,00 €	-19 080,00 €
4	12 000,00 €			12 000,00 €
5	162 000,00 €			162 000,00 €
			TRI	8,656%

Conclusion : On peut constater que ce taux est légèrement supérieur à celui calculé à la question 1, mais on peut remarquer qu'un cash flow de valeur négative est apparu dans la liste des cash-flows résultant de l'ensemble des opérations effectuées. il faut donc être prudent et ne pas s'endetter de manière systématique.