

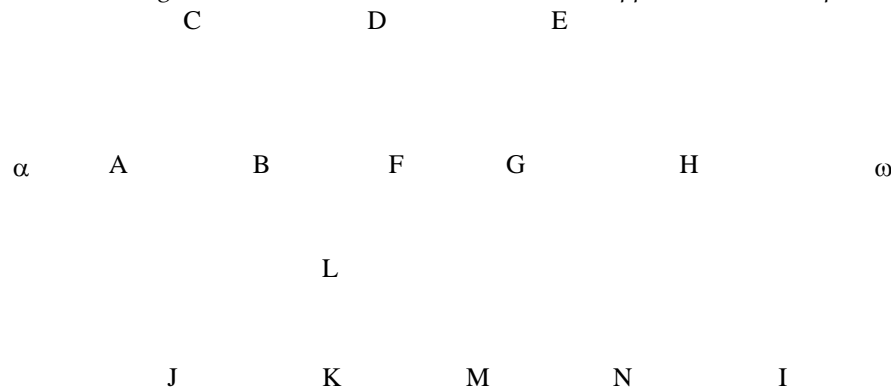
## Le problème central de l'ordonnancement - Exercices

I La réalisation d'un projet peut être décomposée en 14 tâches. Le tableau suivant indique la durée de chacune de ces tâches ainsi que les tâches qui doivent les précéder.

TACHES	DUREE	TACHES ANTECEDENTES
A	6	-
B	4	A
C	5	A
D	4	C
E	9	D
F	7	B
G	8	D,F,K,L
H	2	G
I	5	G, N
J	2	A
K	7	J
L	6	B
M	5	K,L
N	7	M

a) Représenter le graphe potentiel-tâche.

(Dans le corrigé, les sommets associés aux tâches seront approximativement placés comme ci-dessous)



b) Calculer les dates de début au plus tôt et au plus tard des tâches de ce projet.

Quelle est la durée minimale de l'ensemble du projet ?

Quelles sont les tâches critiques ? le chemin critique ?

Calculer les marges libres des différentes tâches.

c) Représenter par un diagramme de Gantt les ordonnancements au plus tôt et au plus tard.

d) On considère les contraintes complémentaires suivantes (indépendantes l'une de l'autre),

1 - la tâche F doit commencer dès que B est terminée.

2 - la tâche E doit être terminée au plus tard 25 unités de temps après le début des travaux.

3 - les tâches B et D doivent commencer simultanément

Dans chacun de ces cas :

- Représenter la contrainte par une (ou plusieurs) inégalité(s), du type  $t_j - t_i \geq l_{ij}$ , portant sur les dates de début d'exécution des tâches

- Décrire la modification du graphe potentiel-tâche correspondante

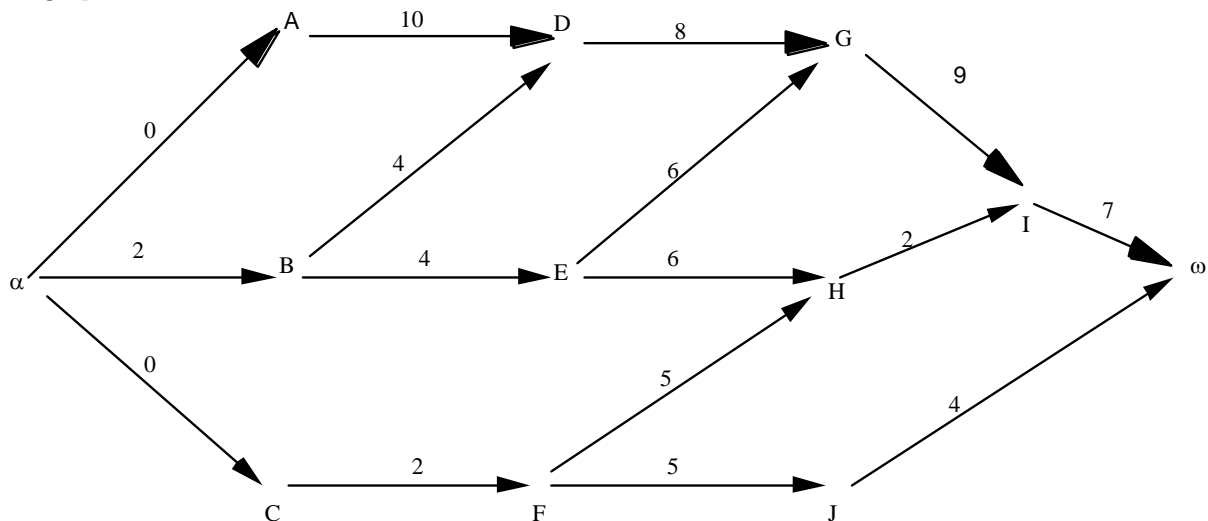
- Examiner (brièvement) les conséquences sur le calendrier du projet de la contrainte supplémentaire imposée

II Les tâches nécessaires à l'exécution d'un projet utilisent deux types de ressources restituables (c'est-à-dire intactes après utilisation). On dispose respectivement de 5 et 1 unités de ces deux ressources. Le nombre d'unités de ressources nécessaires pour chaque tâche figure dans le tableau suivant ainsi que les durées des tâches et les tâches antécédentes.

De plus, B ne peut commencer que 2 unités de temps après le début des travaux.

Tâches	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Durée	10	4	2	8	6	5	9	2	7	4
Antécédents				A,B	B	C	D,E	E,F	G,H	F
Ressource 1	3	3	1	1	1	2	3	2	1	2
Ressource 2	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0

Le graphe traduisant les antériorités entre tâches est le suivant :



a) Calculer les dates de début au plus tôt et au plus tard des différentes tâches **sans tenir compte des ressources** qu'elles utilisent.

On trouve :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	□
Début au plus tôt	0	2	0	10	6	2	18	12	27	7	34
Début au plus tard	0	6	18	10	12	20	18	25	27	30	34

Vérifier alors qu'aucun ordonnancement optimal n'est réalisable compte tenu des ressources dont on dispose.

(Indication : examiner par exemple les tâches A et B ainsi que D et E)

b) Pour faire face à ce type de problème, on utilise généralement des méthodes de liste qui conduisent à spécifier un ordre de priorité entre tâches, en cas de conflit sur l'utilisation des ressources.

Dans la procédure suivante, l'ordre de priorité est établi selon la date de début au plus tard : en cas de conflit, la plus forte priorité est attribuée à la tâche de plus petite date de début au plus tard.

- En commençant à  $t=0$  et en augmentant progressivement la date  $t$ , on détermine le plus petit instant  $t$  (entier) auquel au moins une tâche est disponible (les tâches qui la précèdent ont été exécutées et on dispose de suffisamment de ressources).

Si plusieurs tâches sont disponibles, on sélectionne celle(s) de plus haute priorité et on lui attribue  $t$  comme date de début.

On recommence tant qu'il existe des tâches dont la date de début n'a pas été déterminée.

Initialement, en  $t=0$ , A et C sont exécutables, et on dispose de suffisamment de ressources.

En  $t=2$ , C est terminée, donc F peut commencer, B est également exécutable, mais on ne dispose pas assez de ressource 1 pour faire B, donc on exécute F ....

Poursuivre cette procédure pour déterminer un ordonnancement des tâches compatible avec les ressources dont on dispose.

Représenter graphiquement l'utilisation dans le temps de chacune des 2 ressources par les différentes tâches.

c) On constate que la procédure précédente est telle que la tâche A a été placée avant B et la tâche D avant E.

On impose au contraire que la tâche B précède A et que la tâche E précède D.

Vérifier qu'il existe un ordonnancement optimal obtenu sans tenir compte des ressources qui est réalisable.

Quelle en est la durée ?