

Les graphes : un outil de modélisation - exercices

I- On considère le graphe $G = (X, U, I, T)$ avec

$X = \{a, b, c, d, e\}$

$U = \{u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_6, u_7\}$. $I(u)$ donne l'origine de l'arc u et $T(u)$ son extrémité.

	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5	u_6	u_7
I	a	c	d	a	e	b	e
T	c	d	e	e	b	a	c

- Le représenter graphiquement.
- Ce graphe possède-t-il une racine ? existe-t-il un circuit ? existe-t-il un chemin de a à b ?
- Déterminer les ensembles $\text{succ}(x)$ et $\text{pred}(x)$ pour chaque sommet $x \in X$
- Ecrire la matrice d'adjacence de ce graphe.

II L'organisateur d'un tournoi de beach-volley confronté au trop grand succès est obligé de limiter le nombre de rencontres.

11 équipes se sont présentées. En principe chacune d'elles aurait dû rencontrer les 10 autres.

L'organisateur propose de limiter ce nombre à 7. Pensez-vous que cela soit possible ?

III Vous avez vu qu'il n'était pas possible de parcourir tous les ponts de la ville de Königsberg une fois et une seule en revenant à son point de départ.

Que devient ce problème si on est autorisé à parcourir chacun des ponts une fois dans chaque sens ?

IV Trois tâches a, b et c doivent être exécutées en utilisant successivement quatre machines différentes A, B, C, D. On appellera opération l'exécution d'une tâche sur une machine.

L'ordre de passage sur les différentes machines pour les différentes tâches est imposé.

Ordre de passage pour a : A B C D

Ordre de passage pour b : B C A D

Ordre de passage pour c : A B C D

Lorsque plusieurs tâches se présentent devant une machine donnée, il faut sélectionner celle qui doit être exécutée en priorité. Pour cela on établit un plan de passage des tâches pour chacune des quatre machines.

On considère les plans de passage suivants :

Machine A : a b c

Machine B : b a c

Machine C : c a b

Machine D : a b c

A - a) Construire un graphe dont chaque sommet correspond à une opération et dont les arcs correspondent aux différentes contraintes de succession.

b) En utilisant l'algorithme de détection de circuit, vérifier que les plans de passage précédents ne sont pas réalisables.

c) On considère alors les plans de passage suivants :

Machine A : a c b

Machine B : a b c

Machine C : b a c

Machine D : c b a

Vérifier que toutes les opérations peuvent maintenant être exécutées.

B - a) Si chaque opération prend 1 heure, montrer que l'ensemble des opérations ne peut pas être réalisé en moins de 9 heures.

b) On construit un planning des tâches de manière à atteindre cette durée.

Les opérations sont effectuées sous le contrôle d'opérateurs polyvalents. Lors de l'exécution d'une opération, un opérateur doit nécessairement être présent. A la fin de l'opération, il est disponible pour surveiller une autre opération.

Certaines tâches ayant lieu simultanément, quel est le nombre minimum d'opérateurs dont on devra disposer ?