

Introduction aux problèmes combinatoires difficiles - Exercices

I Etude de la détermination de solutions approchées pour le problème du voyageur de commerce symétrique suivant :

	A	B	C	D	E	F
A	*	4	10	18	5	10
B		*	12	8	2	6
C			*	4	18	16
D				*	14	6
E					*	16
F						*

Déterminer les solutions obtenues par application

- de l'heuristique du plus proche voisin en partant du sommet A.
- de l'heuristique qui consiste à examiner les arêtes dans l'ordre de longueur croissante.

Donner une minoration de la longueur d'une tournée optimale.

II En vue de la préparation d'une importante réunion, un document, disponible en un unique exemplaire, doit circuler entre les membres du comité d'organisation (n personnes). L'ordre n'a pas d'importance, mais le temps de transfert dépend des différentes personnes : t_{ij} est le temps estimé de transmission de i à j (le même que pour une transmission de j à i). Le temps nécessaire aux différents membres pour en prendre connaissance dépend de la personne : T_i est le temps que mettra le membre i .

Ce document peut être remis initialement à n'importe quel membre, celui qui le lira en dernier le conserve pour la réunion.

Il s'agit de déterminer l'ordre suivant lequel ce document devra circuler de manière que tout le monde ait pu en avoir connaissance dans les meilleurs délais.

Montrer que ce problème peut être modélisé par un problème de voyageur de commerce.

III On considère un long rouleau de papier peint sur lequel le même motif revient tous les mètres. On doit découper n morceaux dans ce rouleau. Ces n morceaux ont des longueurs différentes et une position variable par rapport au début du motif. On connaît la chute c_{ij} ($i = 1, \dots, n$; $j = 1, \dots, n$; $i \neq j$) consécutive à la découpe du morceau numéro j immédiatement après le morceau numéro i .

On souhaite déterminer l'ordre dans lequel ces n morceaux doivent être découpés de manière à minimiser la chute (après la découpe, le rouleau doit recommencer au début du motif).

Montrer que ce problème peut être modélisé par un problème de voyageur de commerce (Indication : on introduira un morceau fictif pour tenir compte de la chute correspondant à la partie du papier avant le premier morceau et à celle après le dernier morceau.)

	<p>Proposer une coloration de la carte ci-jointe de 11 pays d'Europe (on constatera que 4 couleurs suffisent).</p>
--	--

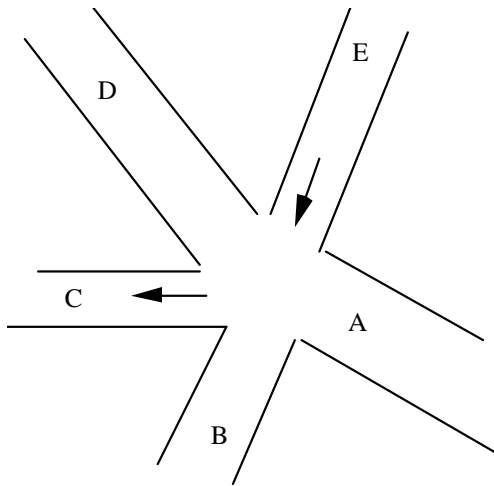
V Des produits chimiques doivent être transportés dans des containers. Certains sont incompatibles entre eux et ne peuvent être dans le même container. Le tableau ci-dessous donne les incompatibilités. Par exemple A ne peut être stocké avec B, C, D, G et H.

	B	C	D	E	F	G	H
A	**	**	**			**	**
B				**	**	**	
C			**		**	**	**
D				**			**
E					**	**	

Les volumes à transporter sont tels, qu'en l'absence d'incompatibilité on aurait pu tout mettre dans un unique container.

Proposer une solution comportant le moins possible de containers.

VI -(d'après Aho-Hopcroft-Ulman, Structures de données et algorithmes- InterEditions-1987) L'intersection représentée sur la figure ci-dessous se trouve près d'une buvette (le "Bar à Jojo") aux environs de l'Université de Princeton, et est connue pour les nombreux embouteillages qu'elle provoque, plus particulièrement, cela va de soi, sur le trajet de retour. Les voies C et E sont à sens unique, les autres à double sens. Il y a 13 changements de direction possibles à cette intersection. Certains itinéraires, comme AB (de A à B) et EC sont possibles simultanément alors que d'autres comme AD et EB provoquent le croisement de deux files et ne peuvent donc être empruntés en même temps.



Les feux de cette intersection doivent gérer la circulation de telle sorte que des trajets comme AD et EB ne soient jamais autorisés en même temps.
 (on utilise les flèches vertes et rouges pour autoriser ou interdire les différents trajets)

Au cours d'une phase un certain nombre d'itinéraires sont autorisés et les autres interdits.
 Chaque phase dure une minute.

On vous demande d'organiser le système de feux de manière à ce que les automobilistes qui voient le feu passer au rouge devant eux, attendent le moins possible.