

Introduction à la PLNE – Exercices

I Pour fabriquer trois types de produits P_1, P_2, P_3 , la firme Nacege a pour politique de louer les machines nécessaires. Chaque produit nécessite une machine de type différent.

Ces machines peuvent être louées aux prix suivants :

| Machine | 1 | 2 | 3 |
|------------------|-----|-----|-----|
| Prix de Location | 200 | 150 | 100 |

Le tableau suivant donne pour chaque produit son coût de production unitaire, son prix de vente, ainsi que la quantité de matière première et de travail que nécessite la production d'une unité de chacun de ces trois biens.

| Produit | 1 | 2 | 3 |
|-------------------|----|---|----|
| Coût unitaire | 6 | 4 | 8 |
| Prix de vente | 12 | 8 | 15 |
| Mat. Premières | 4 | 3 | 4 |
| Heures de travail | 3 | 2 | 6 |

Le nombre d'heures de travail disponibles est de 150 et la quantité de matières premières de 160.

1) Ecrire le problème permettant de déterminer le plan de production conduisant au revenu hebdomadaire maximal. (*Pour produire d'un des biens, il faut bien sûr avoir loué la machine correspondante !*)

2) On suppose de plus que si on produit du bien P_1 , sa production doit être d'au moins 10 unités. Comment modifier la formulation précédente ?

II On considère un bien dont on souhaite planifier la production sur les T périodes à venir.

La demande pour ce bien au cours de ces T périodes est supposée connue avec certitude. On note d_t la demande de la période t .

Aucune rupture de stock n'est autorisée.

La mise en fabrication de ce bien au cours d'une période entraîne un coût fixe K_t ainsi qu'un coût proportionnel à la quantité produite, le coût unitaire de production en période t est noté p_t .

Par ailleurs un stock à la fin d'une période entraîne un coût proportionnel à la quantité stockée, le coût unitaire de stockage sur la période t est noté h_t .

a) Formuler un problème permettant de déterminer un plan de production de coût minimal sur les T périodes à venir.

b) Modifier la formulation précédente dans les cas suivants :

1 - Le niveau de production x du bien doit vérifier:

$$x = 0 \text{ ou } C_{\min} \leq x \leq C_{\max}$$

2 - La production est faite par lot : le niveau de production x du bien doit être un multiple d'une quantité Q .

$$x = 0 \text{ ou } x = Q \text{ ou } x = 2Q \text{ou } x = mQ$$

(la production est un multiple entier d'une taille de lot)

III Pour préparer un envoi publicitaire vous avez la possibilité d'acquérir différents fichiers.

Ces fichiers atteignent de manière plus ou moins significative les différents segments du public que vous souhaitez atteindre.

Plus précisément, 8 fichiers sont disponibles et la population est segmentée en 6 catégories. Le tableau suivant précise, pour chaque fichier, s'il atteint ou non de manière significative chacune des différentes catégories.

| | Cat. 1 | Cat. 2 | Cat 3 | Cat 4 | Cat5 | Cat6 | Prix |
|-----------|--------|--------|-------|-------|------|------|-------|
| Fichier 1 | Oui | Non | Non | Oui | Non | Non | 5000€ |
| Fichier 2 | Non | Oui | Oui | Oui | Non | Non | 4000€ |
| Fichier 3 | Non | Oui | Non | Non | Non | Oui | 6000€ |
| Fichier 4 | Oui | Oui | Oui | Non | Non | Oui | 4750€ |
| Fichier 5 | Non | Non | Non | Oui | Non | Oui | 5500€ |
| Fichier 6 | Non | Oui | Non | Oui | Non | Non | 3000€ |
| Fichier 7 | Non | Non | Non | Non | Oui | Non | 5750€ |
| Fichier 8 | Oui | Non | Non | Non | Oui | Non | 5250€ |

Les fichiers peuvent être achetés aux prix donnés dans le tableau.

Ecrire un problème de programmation linéaire en nombres entiers pour déterminer les fichiers à acheter de manière à ce que toutes les catégories de population soient atteintes à un coût minimal.

IV Le coach de l'équipe de football du Club Omnisport de Gercy s'apprête à constituer son équipe pour le prochain match. Il s'intéresse particulièrement à sa composition pour le début de ce match.

Il dispose de n joueurs et pour chacun d'eux il a établi un certain nombre de caractéristiques :

P_i = note du joueur i pour l'habileté au niveau des passes

T_i = note du joueur i pour les tirs

D_i = note du joueur i pour ses capacités en défense

(Les notes sont entre 0 et 5)

Les postes que le joueur i est susceptible d'occuper sont représentés par :

a_i = 1 ou 0 suivant que le joueur i est performant en attaque ou non

d_i = 1 ou 0 suivant que le joueur i est performant en défense ou non

Par exemple :

| Joueur | Attaque (a_i) | Défense (d_i) | P_i | T_i | D_i |
|--------|----------------------|----------------------|-------|-------|-------|
| 1 | 1 | 0 | 4 | 3 | 1 |
| 2 | 0 | 1 | 5 | 1 | 3 |
| 3 | 1 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 4 | 1 | 1 | 1 | 4 | 3 |
| 5 | 0 | 1 | 1 | 5 | 1 |
| 6 | 1 | 0 | 3 | 1 | 2 |
| 7 | 0 | 1 | 3 | 2 | 4 |
| | | | ... | | |

Les 11 joueurs qui commenceront la partie doivent satisfaire aux exigences suivantes :

- au moins 4 doivent être performants en défense et au moins 3 à l'attaque (un même joueur peut occuper les deux fonctions)

- la valeur moyenne de l'équipe en passes doit être au moins de 3

Les entraînements ont montré que les joueurs ne pouvaient être retenus indépendamment les uns des autres et plus précisément :

- si le joueur 3 rentre alors le joueur 5 ne peut faire partie de l'équipe

- si le joueur 1 rentre les joueurs 4 et 6 doivent aussi rentrer

a) Le coach souhaite constituer l'équipe de début de match qui, tout en respectant les contraintes précédentes, permettra d'obtenir la meilleure capacité en tir.

Ecrire un problème de PLNE permettant de l'aider à constituer son équipe.

(écrire ce problème dans le cas général, sans tenir compte de l'exemple numérique ci-dessus, qui d'ailleurs n'est pas complet !)

b) Ne sachant pas s'il existe une solution qui vérifie toutes ces contraintes, le coach remplace la contrainte

"au moins 4 doivent pouvoir jouer en défense **et** au moins 3 à l'attaque "

en

"au moins 4 doivent pouvoir jouer en défense" **ou** "au moins 3 doivent pouvoir jouer en attaque" (*ou non exclusifs*)

Comment modifiez vous la formulation précédente ?